

فهرست



نشر ریاضی

سال ۷، شماره ۱

تاریخ انتشار: آبان ۱۳۷۴

شماره پیاپی: ۱۳

nashriaz@rose.ipm.ac.ir

مدیر مسئول: سیاوش شهشهانی

• هیأت ویراستاران:

یحیی تابش
عطاءالله تقاء
سیاوش شهشهانی
سیامک کاظمی
امیدعلی کرمزاده
کاوه لاجوردی

• مشاوران این شماره:

محمد باقری، محمدهادی شفیعیها، پدram صفری (آمریکا)،
علی عمیدی، سعید قهرمانی (آمریکا)، همایون معین، منوچهر
وصال

• دستیارفنی: زهرا دلآوری

• طراح و صفحه‌آرا: آزاده اصغری

• ناظر چاپ: علی صادقی

• حروفچینی: مرکز نشر دانشگاهی

صدیقه مسعودی، نوشین شاهنده

• لیتوگرافی: امیر

• چاپ و صحافی: منفرد

گزارش

مقاله‌ها

موجنگاشتها یا نگاشتهای همساز

خمینه‌های لورنتسی

ساختار موج شوک در دینامیک سیالات

گزارشی از اتصال ایران به شبکه‌های

کامپیوتری جهانی

زوال قریب‌الوقوع مجلات تحقیقی چاپی:

فقدان مصیبت‌بار یا خلاصی مسرت‌انگیز؟

برخی کاربردهای توپولوژی در جبر

قضیه کرکیارتو درباره همسانریختیهای

دوره‌ای قرص و کره

بیاپید فلسفه ریاضی تدریس کنیم!

دو شکل در صفحه هذلولوی

مسأله

شگردهای آشنا و ناآشنا

کتاب

گوشه‌هایی از «گوشه‌ها»

دیدگاه

۲

۶

۱۵

۲۱

۲۵

۳۱

۳۸

۴۳

۴۷

۴۹

۵۳

۵۶

ع.شادی تحویلدارزاده

مجید محمودزاده نیکنام

ابراهیم نقیب‌زاده مشایخ

اندرو آدلیرکو

هاینتس هوف

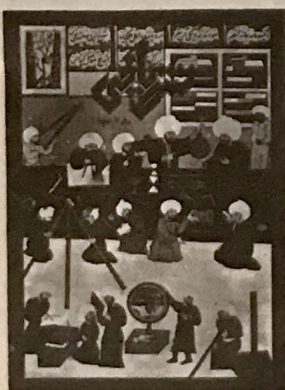
آدرین کنستانتین، بوریس کولف

روین هرش

ریفل رابینسن

بهرنگ نوحی

الهه خیراندیش



روی جلد

میناتوری از یک کتاب متعلق به قرن دهم هجری
متجمان در حال کار با ابزارهای نجومی
به مناسبت درج مقاله «گوشه‌هایی از 'گوشه‌ها'»

با مجموعه‌ها» که در برنامه آمده است برای دانشجویان سال اول معنی ندارد بلکه «اصل انتخاب» و «احکام معادل آن» و «قضیه شرویدر-برنشتین» بیشتر برای آنان شگفت‌آور است تا آموزنده.

نه تنها لازم نیست که هر چیزی را در کلاس بیاموزیم بلکه بجاست که از طرح بی‌موقع مطالب خودداری کنیم. چه خوب است که دانش‌آموزان و دانشجویان با مطالعه کتابهای غیردرسی و ضمن بحث با مدرس و همشاگردان خود در خارج از کلاس، با این مطالب آشنا شوند.

برنامه این درس مخدوش است، به اصطلاح «از هر چمن گلی است» و باعث سردرگمی دانشجویان می‌شود. با تمام کاستیهای ریاضیات عمومی، ضرورتی ندارد که این درس، پیشنیاز آنالیز و جبر باشد. ولی قانع کردن اکثریت اعضای هیأت علمی در این مورد دشوار می‌نماید. در هر صورت با تأکید بیشتری بر «اصل کمال» (در ریاضیات عمومی) دیگر نیازی به درس مبانی ریاضی نداریم.

ضرورتی ندارد که به جای این درس، درس دیگری گذاشته شود. «نظریه مجموعه‌ها» را می‌توان به عنوان درس اختیاری عرضه کرد. بهتر است که حجم مطالب درسی را کاهش دهیم تا از دشواریها کاسته شود.

هوشنگ شکرانیان

گروه ریاضی دانشگاه رازی کرمانشاه

بهشت کانتور و برزخ «مبانی»

«... [.] گفته شده است که تمام اشیاء ریاضی مجموعه‌اند، و خواص آنها را می‌توان از اصول موضوع نسبتاً کم‌شمار و ظریف مجموعه‌ها به دست آورد. هیچ چیز چنین ساده‌اندیشانه‌ای نمی‌تواند کاملاً درست باشد، اما در این باره کمتر تردید وجود دارد که در روال متعارف جاری ریاضیات، 'دقیق ساختن یک مفهوم' اساساً مرادف 'تعریف آن در نظریه مجموعه‌ها' است.» - یائیس موسخوواکیس^۱.

نظریه معادلات دیفرانسیل بخش گسترده و زنده‌ای از ریاضیات است با مسائل و روشهای خاص خود. صدها ریاضیدان در این بخش فعال‌اند، چندین مجله پژوهشی نتایج تحقیقات اینان را انتشار می‌دهند، و هر سال دهها نفر در شاخه‌های گوناگون آن دکترا می‌گیرند. مایه خنده متخصصان این حوزه خواهیم شد اگر موضوع تخصصشان را همان مجموعه شگردهای مبتدلی برای حل معادلات مرتبه اول بدانیم که هر مهندس متوسطی به اثباتی از آنها مجهز است و عمر هیچ‌یک هم کمتر از صدوپنجاه سال نیست. بحث از آنچه «مبانی ریاضیات» خوانده می‌شود بدون تمییز مشابهی بین کل نظریه مجموعه‌ها و بخش مقدماتی بسیار کوچک اما پرکاربردی از آن کامل نخواهد بود. اکنون بیش از صدویست سال از تولد نظریه مجموعه‌ها (۱۸۷۴) و حدود نود سال از اصل موضوعی شدن آن (۱۹۰۸) می‌گذرد و از ۱۹۲۲ اصل موضوع جدیدی به دستگاه تسرملوفزنکل افزوده نشده است. ساختن اعداد حقیقی با برشهای ددکیند یا دنباله‌های کوشی از محصولات ریاضیات

قرن نوزدهم است. «لم تسورن» را اول بار ریاضیدان لهستانی کازیمی پر کوراتووسکی در ۱۹۲۲ معرفی کرد و قوانین اساسی حساب کاردینالها پیش از ۱۹۱۰ به اثبات رسیده بود. همه اینها - و بسی بیشتر - را در هر درس قابل قبول نظریه مجموعه‌ها می‌توان در یکی دو هفته به هر دانشجوی ریاضیات که درسهایی در جبر و آنالیز گذرانده باشد آموخت. اینها را همه، و از جمله واضعان فرهیخته درس مبانی ریاضیات در برنامه دوره کارشناسی، می‌دانند؛ پس باید دید حکمت وضع این درس برای تازه‌واردان و وعظی چهار واحدی در این موضوعات پیش یا افتاده در چیست.

در بعضی دانشگاهها (متأسفانه) بخشی از مطالب درس مبانی ریاضیات از توضیح معنای $p \rightarrow q$ و $p \rightarrow p$ و $\exists x P(x)$ و امثال اینها تشکیل یافته است. اینکه این موضوعات آموختنی نیستند به نظر بسیاری کسان بدیهی است. هر که ذهناً بیمار نباشد می‌تواند اعتبار «سقراط انسان است و انسان فانی؛ پس سقراط فانی است» و فساد « $p \rightarrow p$ » یک تناقض است» را دریابد. تشخیص استدلال از مغالطه و توانایی اثبات را نمی‌توان با خواندن (مقدمات) منطق آموخت، چنانکه، مثلاً جراحان قلب قلبشان لزوماً منظمتر از مردم عادی نمی‌تپد. بعید است تدریس این بدیهیات که نمونه نوعی آن مطالب فصل اول آنالیز ریاضی شادروان مصاحب است - جز اتلاف وقت و مجال یافتن لفاظی حاصلی داشته باشد.

بخش عمده «مبانی ریاضیات» را معرفی زبان مجموعه‌ها تشکیل داده است. در سالهایی که هنوز فارغ التحصیلان دبیرستان با الفبای این زبان آشنا نبودند، مدرسان درسهای اولیه دانشگاه گزیری از آموزش آن به دانشجویان نداشتند. بدین گونه بسا که دانشجویان یکبار این مطالب را در هفته‌های آغازین درس جبر، یکبار در جلسات اولیه درس آنالیز، و ... می‌دیدند. نتیجه طبیعی مشاهده این تکرار کشنده وقت و حوصله، جدا ساختن این مقدمات و تأسیس درس مبانی ریاضیات بود. آنچه در این درس لازم و طبیعی می‌نمود معرفی مفاهیم مجموعه و عضویت، رابطه، افزاز، تابع، دنباله، ترتیب جزئی و خطی، و هم‌توانی و تناهی و شمارش‌پذیری مجموعه‌ها بود. به نظر می‌رسد که اکنون (۱۳۷۴) گذراندن درسی با این موضوعات به عنوان پیشنیازی برای دروس دیگر وجهی نداشته باشد زیرا که از میان این مطالب، تنها چند مورد آخر است که دانش‌آموزان سال آخر دبیرستان با آنها آشنا نیستند، که این ناآشنایی را هم می‌توان با سخنرانی جذاب حداکثر دوساعته‌ای زدود و دانشجویان مشتاق را چهار ماه در انتظار رسیدن به مباحث اصلی ریاضیات نگاه نداشت. همین مقدار آشنایی با زبان مجموعه‌ها برای درک ریاضیات معاصر کافی است - در واقع مشکل بتوان (و خیلی هم مطلوب نیست که) ریاضیات را با ابتدا به اصول آموخت: کمتر کسی است که بر این باور باشد که ساختن اعداد حقیقی [و پیش از آن: اعداد گویا و صحیح و طبیعی] بر هر مبحث دیگری در آنالیز ریاضی مقدم است. آنچه برای متخصصان آینده آنالیز مهم است این نیست که نحوه تعریف اعداد حقیقی و جمع و ضرب آنها را به تفصیل ببینند، بلکه این است که قانع شوند که، علی‌الاصول، می‌توان اینها را به دقت تعریف کرد.

کاربرد ناگزیر اصل موضوع انتخاب (از جمله به شکل استفاده از لم تسورن) در بخشهایی از ریاضیات (و ظاهراً بیش از همه در شاخه‌هایی از جبر) ممکن است در نگاه نخست مبطل استدلال فوق به نظر آید و وجود درسی در مقدمات نظریه مجموعه‌ها را، مقدم بر دروس دیگر، ضروری بنمایاند، اما باید توجه کرد که اولاً در وضعیت فعلی حتی در بسیاری از

1. Y.N. Moschovakis Notes on Set Theory Springer-Verlag, New York, 1994; p.vii.

این ملاحظات نباید از لزوم یا دست‌کم فایده‌داری در نظریه مجموعه‌ها در دوره کارشناسی ریاضیات غافلان سازد. در چنین درسی می‌توان، برحسب توانایی مخاطبان و تمایلات مدرس، تا قضایایی در ترکیبیات نامتناهی یا سازگاری نسبی اصل انتخاب و فرضیه پیوستار با ZF پیش رفت. این درس هر چند منطقاً پیشینازی ندارد (حتی خود منطق هم پیشیناز آن نیست!) تجربه ریاضی در حد برخورداری از معلوماتی در جبر و آنالیز و توپولوژی عمومی به درک بهتر محتوای آن کمک می‌کند. در چند جلسه اول درس می‌توان پس از تبیین زمینه‌های تاریخی-فلسفی مباحث و بیان اصول موضوع و با واگذاری جزئیات فنی ساده به متعلمان، از مرزهای «مبانی ریاضیات» بسیار فراتر رفت. این جلسات که روشن‌گر سبب اعجاب هیلبرت و مفسر گفته موسخوواکیس و نشان‌دهنده نقش وحدت‌بخش و شکوهمند نظریه مجموعه‌ها در ریاضیات است تجربه دل‌انگیزی برای دانشجویان تواند بود.

کاوه لاجوردی

kaave@vax.ipm.ac.ir

دانشگاه‌های پایتخت هم مدرس «مبانی ریاضیات» آن قدر درگیر $p \wedge q$ و اشتراک و افزای می‌شود که عملاً اصل انتخاب در برنامه درس جایی ندارد. نمونه‌هایی را می‌توان برشمرد. ثانیاً اصل انتخاب گزاره‌ای است که «درستی» آن آشکار است و کم نیستند ریاضیکارانی که هنگام استفاده از آن نمی‌دانند که چنین می‌کنند؛ برای نمونه، قضیه بودن این حکم مشهور که «هر اجتماع شمارا از مجموعه‌های شمارا شماراست» متوقف بر اصل انتخاب است^۱، اما در اثباتهایی از این قضیه که در کتب معمول آنالیز ذکر می‌شود حتی به استفاده از این اصل تصریح نمی‌شود. افزون بر این، بنابر قضیه معروفی از گودل (۱۹۳۸)، افزودن اصل انتخاب به بقیه اصول سبب ایجاد تناقض نمی‌شود؛ پس، از مناقشات تاریخی که بگذریم، ملاحظات منطقی بررسی جداگانه و ویژه اصل انتخاب را الزام نمی‌کند. دیگر اینکه با پذیرفتن اصل انتخاب (و حتی بدون ذکر آن) می‌توان با استدلال غیررسمی ساده‌ای موجه بودن لم تسورن را نشان داد^۲.

۱. حتی مدلی وجود دارد که در آن (اصل موضوع انتخاب برقرار نیست و) مجموعه اعداد حقیقی اجتماع شمارایی از مجموعه‌های شماراست.

۲. طالبان اثبات می‌توانند به شیوه‌ای کاملاً مقدماتی (بدون توسل به اُردینالها) اصل ماکسیمال هاؤسدرف را برای شاگردان خود اثبات کنند - نگاه کنید به ضمیمه کتاب

W. Rudin, *Real and Complex Analysis*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, (1987).

لم تسورن به‌سادگی از این «اصل» نتیجه می‌شود.

عاقبت پیش‌بینی!

کارل لودویگ زیگل، یکی از متخصصان نظریه اعداد در قرن بیستم که گاه او را به شوخی آخرین ریاضیدان بزرگ قرن نوزدهم می‌نامند، حکایت جالبی نقل کرده است: هیلبرت در یک سخنرانی در سال ۱۹۲۰، هنگام صحبت درباره مسائل ریاضیات، خطاب به دانشجویان که زیگل هم در میان آنها بود گفت تحقیقات زیادی که اخیراً روی فرضیه ریمان انجام شده او را امیدوار کرده که شاهد اثبات این فرضیه (درباره تعیین مکان صفرهای تابع زتا) باشد؛ [و افزود که] مسئله فرما دشوارتر است اما عمر جوانترین فرد حاضر کفایت خواهد کرد که حل آن را ببیند؛ ولی مسئله متعالی بودن عدد $2^{\sqrt{2}}$ آنقدر دشوار است که در زمان حیات هیچ‌یک از حاضران حل نخواهد شد. [از قضا، چند سالی نگذشت که زیگل متعالی بودن این عدد را ثابت کرد (و در واقع، اولین نفری هم نبود که چنین کاری کرد)؛ حال آنکه هرچند امروز مسئله فرما تقریباً حل شده و برای درستی فرضیه ریمان هم شواهد عددی بسیار زیادی پیدا شده، ولی هیچ‌یک از دو مسئله کاملاً حل نشده‌اند.

* ترجمه و نقل از

Craig Smoryński, *Logical Number Theory, I*, Springer-Verlag, Berlin (1991) 269.

[توجه کنید که این کتاب قبل از اثبات قضیه فرما به‌وسیله وایلز چاپ شده است.]